Décision d'investissement - Solutions

Venance Riblier

1) Les rendements de la technologie initiale sont décroissants $f_A(\lambda k, \lambda l) = \lambda^{\frac{1}{2}} f_A(k,l)$ alors que ceux de la technologie alternative sont constants $f_B(\lambda k, \lambda l) = \lambda f_B(k,l)$. A mesure que la production de l'entreprise croit, la deuxième technologie devient de plus en plus avantageuse.

2) A l'équilibre, le producteur n'a plus intérêt à substituer de travail au capital:

$$TMST_{A,k-l} = \frac{k}{l} = \frac{w}{r}$$

En substituant dans la fonction de production associée à la technologie A, on obtient:

$$l = y^2\sqrt{\frac{r}{w}} \quad k = y^2\sqrt{\frac{w}{r}}$$

Ce qui donne la fonction de coût:

$$CT_A(y) = y^2\sqrt{wr}$$

Le même raisonnement avec la technologie B donne:

$$CT_B(y) = y\sqrt{wr} + F$$

On pose $\Omega = \sqrt{wr}$ pour simplifier les notations. Attention à ne pas oublier que Ω est fonction de w et r, notamment si la suite de l'exercice comporte une question de comparative statique. On a donc :

$$CT_A(y) = y^2\Omega \quad CT_B(y) = y\Omega + F$$

ii) L'entreprise prends sa décision d'investissement de sorte à minimiser son coût de production. Ainsi, la fonction de coût total est l'enveloppe inférieure des deux fonctions. On peut voir graphiquement qu'il existe un niveau de production $\bar{y}$ tel que $y < \bar{y} \Rightarrow CT_A(y) < CT_B(y)$ et $y > \bar{y} \Rightarrow CT_A(y) > C_B(y)$. Ainsi, l'entreprise choisit la technologie A tant que $y < \bar{y}$ puis investit dans la technologie B lorsque $y > \bar{y}$.

3) On résout l'équation du second degré:

$$y^2\Omega - y\Omega - F = 0$$

Comme $\sqrt{\Omega^2 + 4\Omega F} > \Omega$, la racine positive de cette équation est donnée par:

$$\bar{y} = \frac{\Omega + \sqrt{\Omega^2 + 4\Omega F}}{2\Omega}$$

4) On suppose maintenant que $r = w = 1$ et $F = 2$.

Cela donne $\Omega = 1$ et $\bar{y} = 2$

i) La fonction de coût marginal est définie par morceaux

$$Cm(y) = \begin{cases} 2y & y < 2 \\ 1 & y \geq 2 \end{cases}$$

La fonction de coût total n'étant pas dérivable au point $y = \bar{y}$ on a une discontinuité du coût marginal en ce point. On peut montrer que sa limite par la droite est inférieure à sa limite par la gauche

$$\lim_{y \to \bar{y}^+} Cm(y) = 1 < 4 = \lim_{y \to \bar{y}^-} Cm(y)$$

Au point $y = \bar{y}$ l'entreprise utilise donc la nouvelle technologie, qui donne le coût marginal le plus faible.

ii) Lorsque la technologie A est utilisée, la fonction d'offre est donnée par

$$y_A(p) = \frac{p}{2}$$

La technologie B est caractérisée par un coût marginal constant. La fonction d'offre associée est donc

$$y_B(p) = \begin{cases} +\infty & p > 1 \\ [0, +\infty[& p = 1 \\ 0 & p < 1 \end{cases}$$

iii) On peut utiliser la fonction d'offre A pour montrer que si $p < 4$ alors $y_A < \bar{y} = 2$, c'est à dire que pour ce prix, l'entreprise ne peut pas atteindre le volume critique qui lui permet de couvrir l'investissement dans la technologie B. Si $p > 4$, l'entreprise produit assez pour investir dans B, et produit alors avec un coût marginal égal à 1. Dans ce cas, $p - 1 > 0$, donc l'entreprise à toujours intérêt à produire une unité supplémentaire. On peut résumer la fonction d'offre de l'entreprise par:

$$y(p) = \begin{cases} +\infty & p \geq 4 \\ \frac{p}{2} & p < 4 \end{cases}$$

5) La structure de coût du monopole est inchangée par rapport à la situation de concurrence pure et parfaite. Sa décision d'investissement se fonde donc sur le même niveau critique de production $\bar{y} = 2$. On peut donc distinguer deux cas pour résoudre l'équilibre du monopole.

Cas $y < \bar{y}$.

A l'équilibre du monopole, le revenu marginal est égal au coût marginal, on a donc :

$$\alpha - y = 2y \Leftrightarrow y = \frac{\alpha}{3}$$

On vérifie pour quelles valeurs de α la condition $y < \bar{y}$ est vérifiée:

$$y < \bar{y} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{3} < 2 \Leftrightarrow \alpha < 6$$

Cas $y > \bar{y}$.

L'égalité du coût et du revenu marginal donne:

$$\alpha - y = 1 \Leftrightarrow y = \alpha - 1$$

Cet équilibre est atteint lorsque :

$$y > \bar{y} \Leftrightarrow \alpha - 1 > 2 \Leftrightarrow \alpha > 3$$

Lorsque $\alpha < 3$ on est donc dans le premier cas $y < \bar{y}$. Si $\alpha > 6$ on est dans le deuxième cas $y > \bar{y}$. Pour $3 < \alpha < 6$ les deux équilibres sont possible, l'entreprise choisit celui associé avec le plus grand profit, c'est à dire $y > \bar{y}$.